データベース
【５：リレーショナルデータモデル（３）】

石川　佳治

方針

- リレーショナル論理を紹介
- ただし，授業時間の都合により，大まかな概要にとどめる

論理（logic, calculus）とは

- 数理論理学（mathematical logic）
  - 論理学を数学的に形式化したもの
  - 論理式の構成（項，変数など）と推論規則からなる
- さまざまな体系
  - 論理式と推論規則の違いによる
  - 命題論理，述語論理など
- 論理計算（calculus）
  - 論理体系の計算的な側面を強調する場合「calculus」が用いられることが多い
  - λ計算（λ calculus）
  - ただし，解析学も英語ではcalculus

命題論理（propositional logic/calculus）

- 論理式の定義
  - 個々の命題変数（A, B など）は論理式
  - A, B が論理式なら，$\neg A$, $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \Rightarrow B$ は論理式
- 推論規則：三段論法（modus ponens）
  - A かつ $A \Rightarrow B$ ならば B

述語論理（predicate logic/calculus）（1）

- 論理式の要素
  - 個体変数：x, y, z など
  - 述語記号：P, Q, R など
- 論理式の定義
  - 原子式：n 項の述語記号 P と変数 $y_1, \ldots, y_n$ について $P(y_1, \ldots, y_n)$
  - 合成式：A, B が論理式ならば，$\neg A, A \wedge B, A \vee B, A \Rightarrow B, \forall x\, A, \exists x\, A$ は論理式
  - $\forall$ は全称限量子，$\exists$ は存在限量子
  - 通常は，定数と関数記号も体系に含める
- 推論規則：NK，LKなどの形式的体系

述語論理（predicate logic/calculus）（2）

- 論理式の例：人は誰でも好きな花がある
  - $H(x)$：x は人である
  - $F(y)$：y は花である
  - $L(x, y)$：x は y を好きである
  - $\forall x(H(x) \Rightarrow \exists y\,(F(y) \wedge L(x, y)))$
- 変数の束縛
  - $\exists x\,(y = x^2)$ という論理式で，x は束縛されており，y は自由
- 注：上記は一階（first-order）の述語論理
  - 変数 x は単純な値をとる
  - 二階論理では $\forall P(A)$（すべての述語 P について A）というような記述が可能

リレーショナル論理（relational calculus）

- 一階述語論理を基礎としたデータ操作体系
- 目的のリレーションを論理式を用いて宣言的に記述
- 二種類のリレーショナル論理
  - タプルリレーショナル論理
  - ドメインリレーショナル論理
- 一階述語論理との違い
  - リレーション（タプル）の構造を想定
  - 関数記号は用いない
  - 推論規則はない：推論を目的とはしていない

リレーショナル代数との関連・相違点

- リレーショナル論理は，リレーショナル代数の基本演算をすべて表現可能
  - つまり，他のリレーショナル演算（例：結合）も表現できる能力を有する
- アプローチの違い
  - リレーショナル代数はより手続き的（procedural）
    - 求めるリレーションを得るための具体的手順を記述
  - リレーショナル論理はより宣言的（declarative）
    - 求めるリレーションがどういうものかを表現し，具体的手順は指定しない
  - リレーショナル論理の方がより高レベル

タプルリレーショナル論理式の例（1）

- タプル変数を利用
- Q2：学籍番号00001の学生が履修した科目の科目番号，科目名，成績の一覧

$$\{t^{(3)} \mid (\exists u)(\exists v)(\text{科目}(u) \wedge \text{履修}(v) \wedge v[\text{学籍番号}] = '00001' \wedge u[\text{科目番号}] = v[\text{科目番号}] \wedge t[\text{科目番号}] = u[\text{科目番号}] \wedge t[\text{科目名}] = u[\text{科目名}] \wedge t[\text{成績}] = v[\text{成績}])\}$$

$$\pi_{\text{科目番号, 科目名, 成績}}(\text{科目} \bowtie (\sigma_{\text{学籍番号='00001'}}(\text{履修}))$$

タプルリレーショナル論理式の例(2)

- Q2:学籍番号00001の学生が履修した科目の科目番号，科目名，成績の一覧

科目

	科目番号	科目名	単位数
u	001	データベース	2
u	002	システムプログラム	3

履修

	科目番号	学籍番号	成績
v	001	00001	90
	001	00002	80
v	002	00001	90
	002	00003	70

	科目番号	科目名	成績
t	001	データベース	90
t	002	システムプログラム	90

ドメインリレーショナル論理式の例(2)

- ドメイン変数を利用
- Q2:学籍番号00001の学生が履修した科目の科目番号，科目名，成績の一覧

$$\{x_1 x_2 x_3 \mid (\exists y)(\text{科目}(x_1, x_2, y) \wedge \text{履修}(x_1, '00001', x_3))\}$$

同じ変数を用いることで
結合条件を表現

出力に関係しない変数は
存在限量子で束縛する

リレーショナル代数・論理の操作記述能力（1）

- リレーショナル代数の操作記述能力
  ＝タプルリレーショナル論理の操作記述能力
  ＝ドメインリレーショナル論理の操作記述能力
  - 代数，論理というまったく異なる体系で表現能力が一致!
- リレーショナル代数・リレーショナル論理を，リレーショナルデータベースに対する基本的なデータ操作の体系と考える
  - リレーショナル完備（relational complete）

余談：チャーチの提唱（Church's Thesis）

- 「チャーチ=チューリングの提唱」ともいう
- 計算可能性の概念を数学的に定式化
- 以下の計算モデルの計算能力は等価
  - チューリング機械
  - λ計算
  - 帰納関数
- このうちのどれか一つの計算モデルで実行可能（つまりどのモデルでも実行可能）であることを計算可能であると定義
- さらに余談
  - リレーショナル完備な言語（例：リレーショナル代数）の計算能力はチューリング機械等に劣る
  - 逆に，最適化，停止性などでは利点

リレーショナル代数・論理の操作記述能力(2)

- リレーショナル代数・論理では書けない処理
  - 推移的閉包(transitive closure)
    - 例:信長の子孫をすべて列挙せよ
  - カウント処理
    - 30代の従業員は何名か
  - (一部の)集約処理
    - 従業員の給料の合計はいくらか

織田家家系データ

親	子
信秀	信弘
信秀	信長
信秀	信行
信長	信忠
信長	信雄
信長	信孝
信忠	秀信
…	…